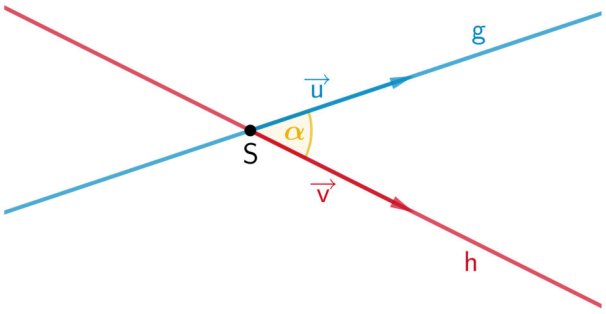
Schnittwinkelberechnungen

Gerade - Gerade



Der Schnittwinkel zweier Geraden g und h ist gleich dem spitzen Winkel α, den die Richtungsvektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ festlegen.

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{u} \circ \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \qquad (0° \le \alpha \le 90°)$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\ldots)$$

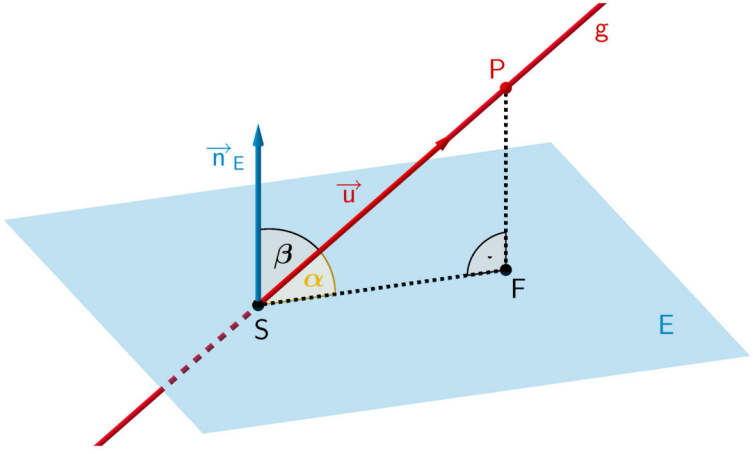
Beispiel :

$$\cos\alpha = \frac{\left|\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}\right|} = \frac{|2\cdot(-1)+0\cdot(-1)+2\cdot 0|}{\sqrt{2^2+0^2+2^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+0^2}}$$

$$= \frac{|-2|}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$$

Gerade - Ebene



Der Schnittwinkel α zwischen einer Geraden g und einer Ebene E ist definiert als Winkel FSP im rechtwinkligen Dreieck SFP. Dabei ist F der Lotfußpunkt des Lotes eines Punktes $P \in g$ auf die Ebene E und S der Schnittpunkt von g und E.

$$\cos\beta = \frac{|\vec{u} \circ \vec{n}_E|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}_E|} \qquad (0° \le \beta \le 90°)$$

$$\beta = \cos^{-1}(\ldots)$$

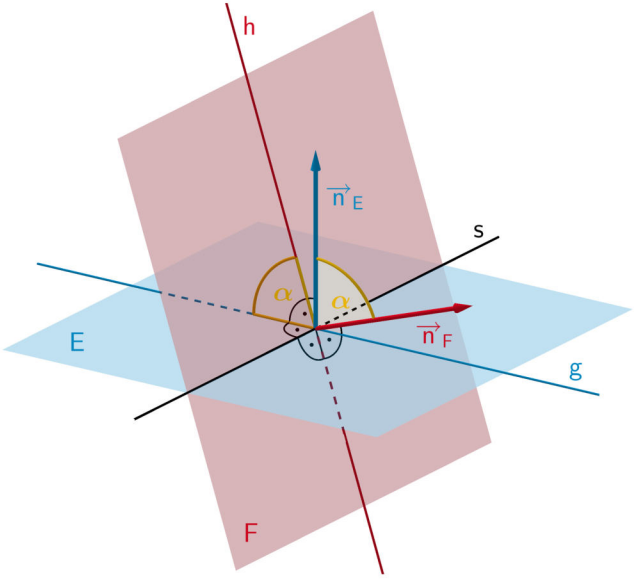
$$\alpha = 90° - \beta \qquad (0° \le \alpha \le 90°)$$

Oder mit $\cos\beta = \cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$:

$$\sin\alpha = \frac{|\vec{u} \circ \vec{n}_E|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}_E|} \qquad (0° \le \alpha \le 90°)$$

$$\alpha = \sin^{-1}(\ldots)$$

Ebene - Ebene



Der Schnittwinkel zweier Ebenen E und F ist definiert als der spitze Winkel α zwischen zwei Geraden g und h, welche in demselben Punkt auf der Schnittgeraden s senkrecht stehen und in der Ebene E bzw. F liegen.

Der Schnittwinkel zweier Ebenen E und F entspricht dem spitzen Winkel α, den die Noramlenvektoren $\vec{n}_E$ und $\vec{n}_F$ festlegen.

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n}_E \circ \vec{n}_F|}{|\vec{n}_E| \cdot |\vec{n}_F|} \qquad (0° \le \alpha \le 90°)$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\ldots)$$

© mathelike - Christian Rieger